



TITLE:

Cube with two handles上のp.l.  
involutionsについて (結び目と3次  
元多様体)

AUTHOR(S):

尾形, 正和

---

CITATION:

尾形, 正和. Cube with two handles上のp.l. involutionsについて (結び目  
と3次元多様体). 数理解析研究所講究録 1979, 346: 1-10

ISSUE DATE:

1979-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/104340>

RIGHT:

# Cube with two handles 上の p.l. involutions について

東海大 尾形 正和

①  $f$  が top. sp.  $M$  上の involution

$$\stackrel{\text{def}}{\iff} \begin{cases} f \text{ は } M \text{ から } M \text{ へ の homeo} \\ f \neq \text{identity} \\ f^2 = \text{identity} \end{cases}$$

②  $f$  と  $g$  が  $M$  上の involution であるとき

$f$  と  $g$  が equivalent

$$\stackrel{\text{def}}{\iff} \begin{cases} \exists h: M \rightarrow M : \text{homeo} \\ f = hg h^{-1} \end{cases}$$

③  $M$  上の involution  $f$  の fixed point set  $\text{Fix}(f)$  を

$$\text{Fix}(f) \stackrel{\text{def}}{=} \{x: x \in M, f(x) = x\}$$

と定める

④  $f$  と  $g$  が equivalent なら  $\text{Fix}(f)$  と  $\text{Fix}(g)$  は同相

⑤  $M = S^1$  or  $B^1$  or  $B^2$

のとき  $M$  上の involutions の equivalent class は 決定

さしづいる

(Eilenberg, S. [1])

⑦  $M=S^2$   $\text{Fix}(f) \neq \emptyset$

のときも同様

⑧  $M=S^3$  のとき

$$\text{Fix}(f) = \begin{cases} \emptyset \\ S^0 \\ S^1 \\ S^2 \end{cases}$$

の4種がある

(Smith, P.A. [2])

⑨  $M$ 上の involutions の equivalent class は

$\text{Fix}(f) = \emptyset$  のとき unique (Livesay, G.R. [3])

$\text{Fix}(f) = S^0$  のとき unique (Hirsch, M.H. - Smale, S. [4], Livesay, G.R. [5])

$\text{Fix}(f) = S^1$  なる  $f$  が p.l. のとき unique

(Waldhausen, F. [6])

Montgomery, D. - Samelson, H [7])

$\text{Fix}(f) = S^2$  なる  $f$  が p.l. のとき unique

(容易にわかる)

⑩  $M=B^3$  のとき  $M$ 上の p.l. involutions の

equivalent class は  $S^3$  の p.l. involutions の決定の方法により決定できる。(予定がある)

$$\textcircled{1} M^3 = B^3 \cup H_1 \cup H_2$$

$B^3$ : 3-ball

$$H_i = D_i^2 \times I_i \quad (i=1, 2)$$

$$H_1 \cap H_2 = \emptyset$$

$$B^3 \cap H_i = D_i^2 \times \{0\} \cup D_i^2 \times \{1\}$$

$f$  は p.l. involution on  $M$

とするとき

$f$  の equivalent class は 18 通りのいづれかである

$\therefore B^3, H_1, H_2$  は 3-ball である

3-ball の p.l. involution は判っているから

$H_i \cap B^3$  に気をつけて組合せを全て考え分類

すればよい

(分類はほぼ Fix できる)

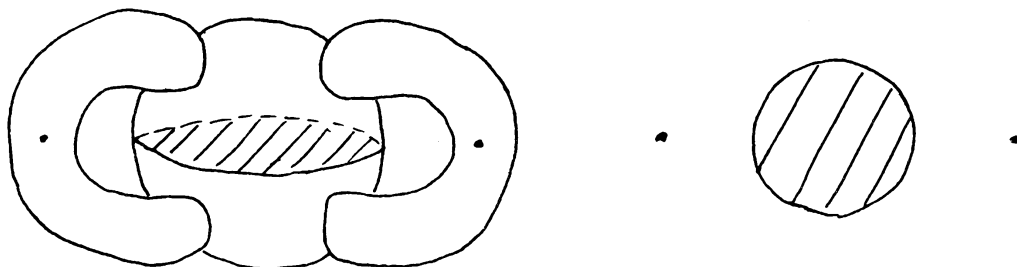
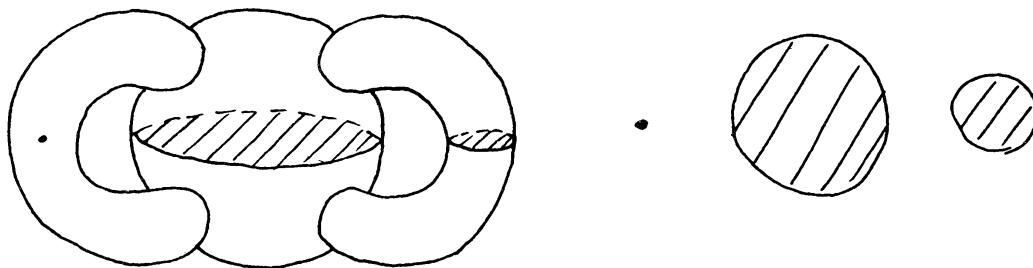
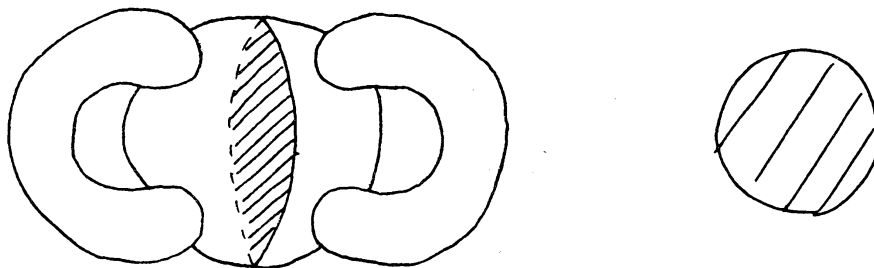
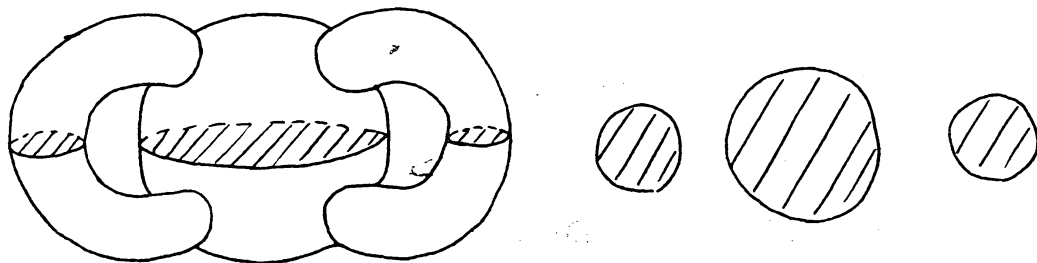
1 組だけは fixed point set の embedding  
を用いる)

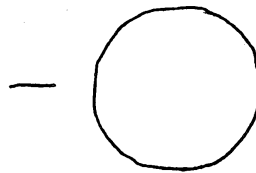
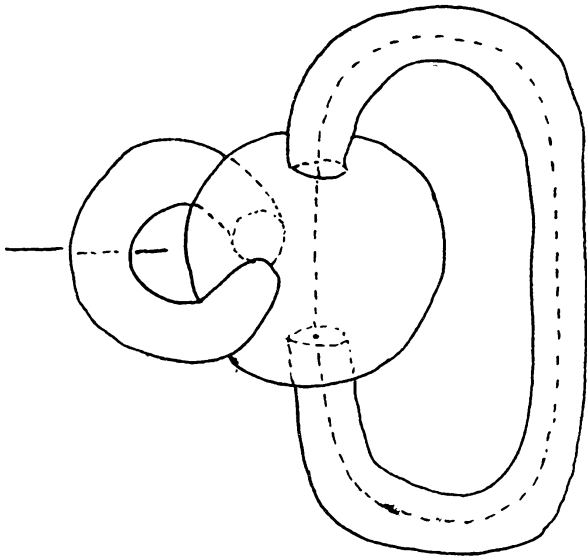
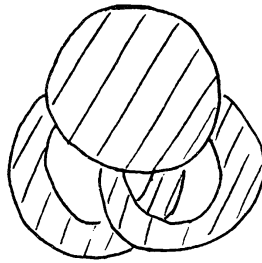
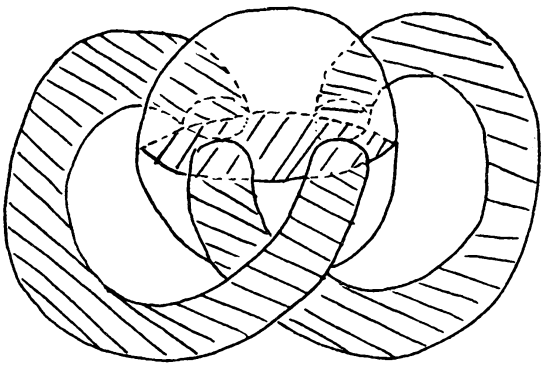
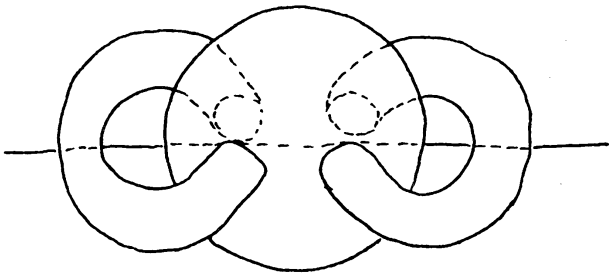
以下、各 involution type の fixed point set と

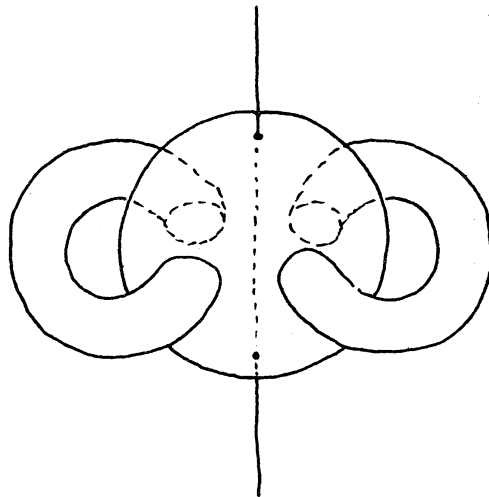
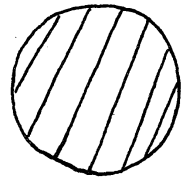
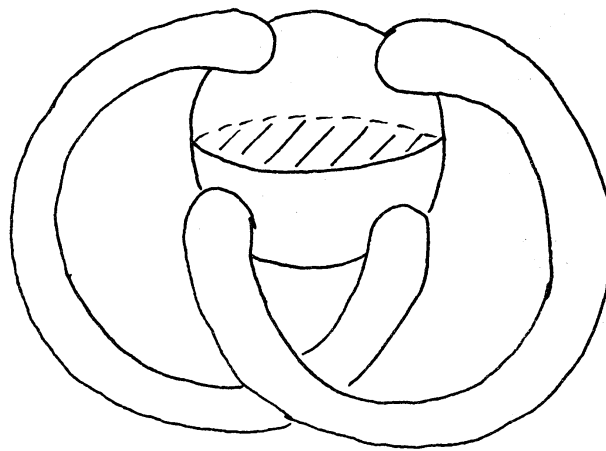
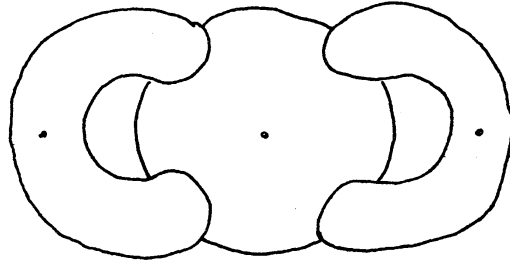
その embeddings を示す

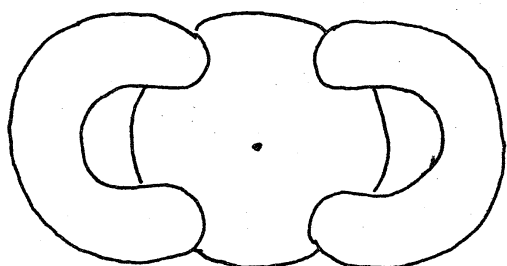
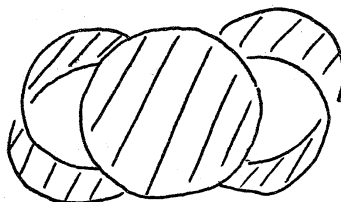
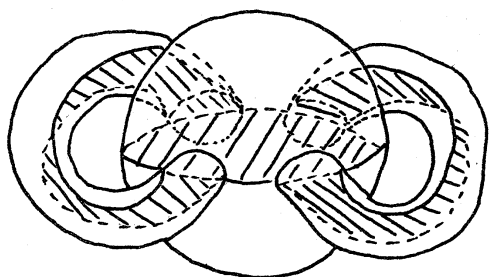
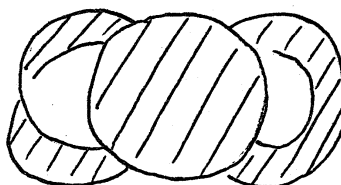
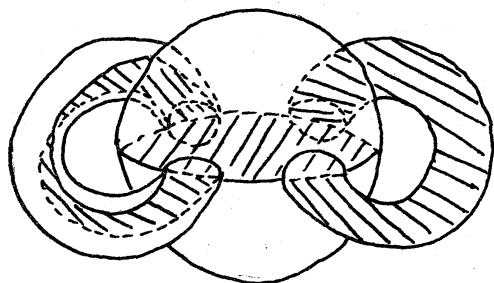
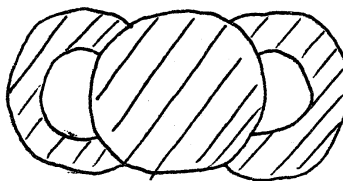
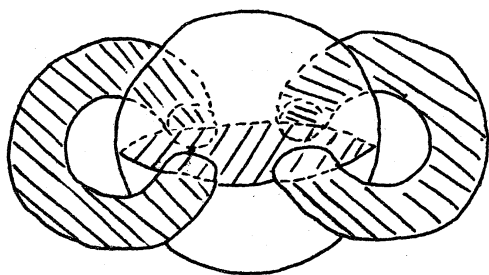
ball 上及び handles 上の involution は

fixed point set に対する対称変換と equivalent

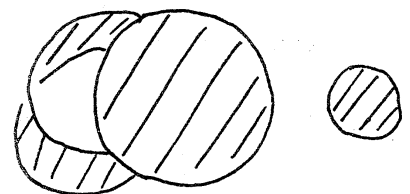
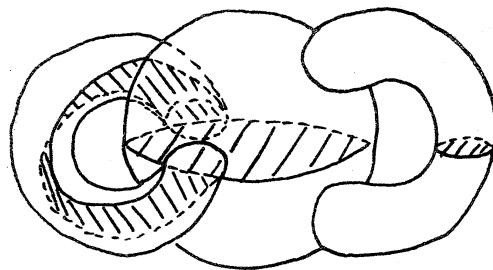
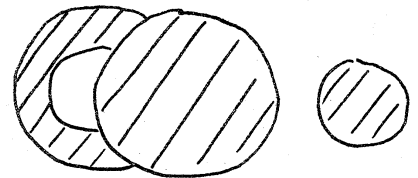
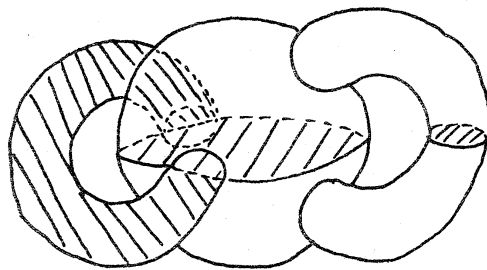
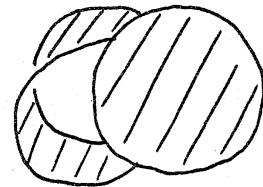
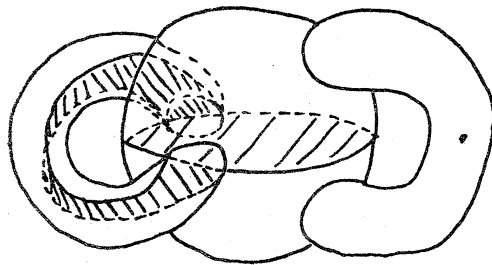
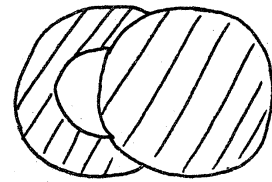
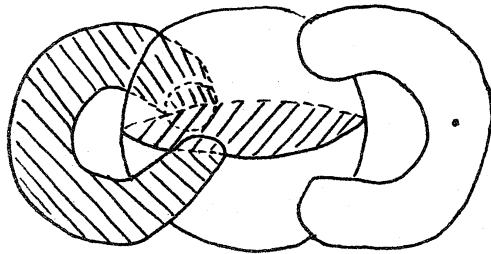












## References

- [1] Eilenberg, S. : Sur les transformations  
périodiques de la surface de sphère.  
Fund. Math., XXII (1934), 28-41.
- [2] Smith, P.A. : Fixed points of periodic  
transformations.  
Appendix B in Lefschetz,  
Algebraic Topology, New York, (1942), 350-373.
- [3] Livesay, G.R. : Fixed point free involutions  
on the 3-sphere.  
Ann. of Math., 72 (1960), 603-611
- [4] Hirsch, M.W. & Smale, S.  
On Involutions of the 3-Spheres.  
Amer. J. Math., 81 (1959), 893-900
- [5] Livesay, G.R.  
Involutions with two fixed points on the  
three-Sphere.  
Ann. of Math., 78 (1963), 582-593.
- [6] Waldhausen, F.  
Über Involutionen der 3-Sphäre

Top., 8(1959), 81-91.

[7] Montgomery, D. & Samelson, H.

A theorem on fixed points of involutions  
in  $S^3$ ,

Canad. J. Math., 7(1955), 208-220.